

Chap. — La proportionnalité

I. Les grandeurs proportionnelles

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque en multipliant les valeurs de l'une par un même nombre (non nul), on obtient les valeurs de l'autre.

Exemple 1 :
Dans une boulangerie, le prix de 1 baguette est **1,15 €**.
1 baguette → 1,15 € ($1 \times 1,15 = 1,15$)
3 baguettes → 3,45 € ($3 \times 1,15 = 3,45$)
5 baguettes → 5,75 € ($5 \times 1,15 = 5,75$)
Le prix à payer est proportionnel au nombre de baguettes.

Un problème de proportionnalité peut être représenté par un **tableau de proportionnalité** :

Nombre de baguettes	1	3	5	× 1,15
Prix (en euros)	1,15	3,45	5,75	

Exemple 2 :
Dans un magasin, 1 kg d'oranges coûte 2,50 € et 3 kg coûtent 7 €.
1 kg → 2,50 € ($1 \times 2,50 = 2,50$)
3 kg → 7 € ($3 \times 2,50 = 7,50 \neq 7$)
Comme le prix de 3 kg est de 7 €, et non 7,50 €, le prix **n'est pas proportionnel** à la masse d'oranges.

Exemple 3 :
La taille n'est pas proportionnelle à l'âge.
Un enfant qui mesure 75 cm à 1 an mesurerait $4 \times 75 \text{ cm} = 300 \text{ cm}$ à 4 ans, soit 3 m. Ce qui est impossible.

II. La propriété du retour à l'unité

On peut résoudre un problème de proportionnalité en ramenant une grandeur à l'unité.

Exemple :
12 fleurs coûtent 15 euros. Le prix est proportionnel au nombre de fleurs.
On peut calculer le prix de 7 fleurs en trouvant d'abord le prix de 1 fleur.

Calcul du prix d'une fleur : $15 \div 12 = 1,25 \text{ €}$ → une fleur coûte **1,25 €**.
Calcul du prix de 7 fleurs : $7 \times 1,25 = 8,75 \text{ €}$.

Réponse : 7 fleurs coûtent 8,75 €.

Avec un tableau de proportionnalité :

Nombre de fleurs	12	1	7
Prix (en euros)	15	?	8,75

$\div 12$ puis $\times 7$

III. Les propriétés de linéarité additive et multiplicative

La propriété additive

On peut résoudre certains problèmes de proportionnalité en **additionnant** (ou en soustrayant) les valeurs de chaque grandeur.

Exemple :

3 bouteilles pèsent 4,5 kg et 4 bouteilles pèsent 6 kg.
Combien pèsent 7 bouteilles ?

3 bouteilles + 4 bouteilles = **7 bouteilles**

4,5 kg + 6 kg = **10,5 kg**

Nombre de bouteilles	3	4	7
Masse des bouteilles (en kg)	4,5	6	10,5

Réponse : 7 bouteilles pèsent 10,5 kg.

La propriété multiplicative

On peut résoudre certains problèmes de proportionnalité en **multipliant** (ou en divisant) les valeurs de chaque grandeur par un même nombre.

Exemple :

Dans une recette pour 4 personnes, il faut 200 g de farine.
Combien faut-il de farine pour 12 personnes ?

4 personnes $\times 3$ = **12 personnes**

200 g $\times 3$ = **600 g**

Nombre de personnes	4	12
Masse de farine (en g)	200	600

Réponse : Pour 12 personnes, il faut 600 g de farine.

On peut dire : il y a **3 fois plus** de personnes, il faut **3 fois plus** de farine.

IV. Les pourcentages

Vocabulaire

L'écriture **13 %** se lit « 13 pour cent », c'est une autre écriture de 13/100.

Dire que dans un yaourt il y a 13 % de matières grasses signifie que :

- il y a **13 g** de matières grasses pour **100 g** de yaourt.
- La masse de matières grasses est **proportionnelle** à la masse de yaourt.

Appliquer un pourcentage

Pour déterminer **t %** d'une quantité, on multiplie cette quantité par **t ÷ 100**.

Exemple :

Calculer **13 %** de 150 g.

Calcul : $13/100 \times 150 = 0,13 \times 150 = \mathbf{19,5 \text{ g}}$

Réponse : 13 % de 150 g, c'est 19,5 g.

Masse de yaourt (en g)	100	150
Masse de mat. grasses (en g)	13	19,5

$\times 0,13$

À retenir

- **50 %** d'une quantité, c'est la **moitié** (on divise par 2).
- **25 %** d'une quantité, c'est le **quart** (on divise par 4).
- **10 %** d'une quantité, c'est le **dixième** (on divise par 10).
- **75 %** d'une quantité, c'est les **trois quarts** (on divise par 4 et on multiplie par 3).
- **100 %** d'une quantité, c'est la **totalité** de cette quantité.

V. Les échelles graphiques

Définition

Une **échelle graphique** est représentée par un **segment de longueur donnée, dessiné sur une carte** (ou sur un plan). Elle permet, en mesurant les distances sur la carte (ou sur le plan), d'en déduire, proportionnellement, les distances réelles.

Exemple :

Sur ce plan, 3 cm représentent 300 m dans la réalité.

Donc 1 cm représente 100 m.

En mesurant sur le plan, la rue Molière mesure 1,5 cm.

$1,5 \times 100 \text{ m} = 150 \text{ m}$.

On en conclut que la rue Molière mesure **150 m** dans la réalité.

Méthode

Pour utiliser une échelle graphique :

1. On lit la longueur représentée par l'échelle graphique sur la carte.
2. On applique le retour à l'unité ou la propriété multiplicative.
3. On calcule la distance réelle correspondante.